

9. Starre Körper und Lagrange-Gleichung erster Art

Übung 9.1: Trägheitstensor eines Teilchensystems

Ein System besteht drei Teilchen mit den Massen m_1, m_2 und m_3 . Die Teilchen befinden sich an den Punkten

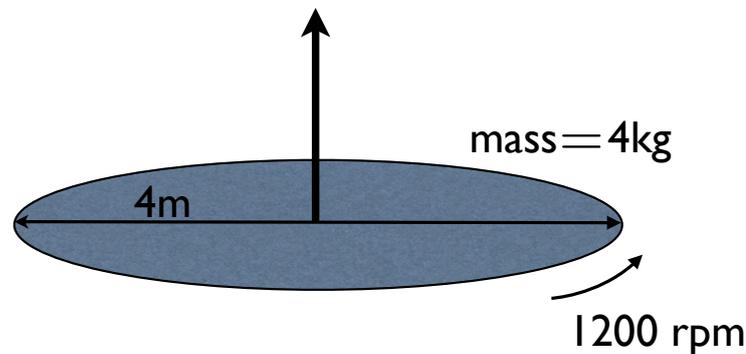
$$\begin{aligned}m_1 &= 3m, & (b, 0, b) \\m_2 &= 4m, & (b, b, -b) \\m_3 &= 2m, & (-b, b, 0)\end{aligned}$$

mit den Koordinaten (x_1, x_2, x_3) . Sie sind miteinander durch starre, masselose Stangen verbunden.

- Bestimmen Sie den Trägheitstensor des Systems.
- Berechnen Sie die Hauptträgheitsachsen und die Hauptträgheitsmomente des Trägheitstensors.

Übung 9.2: Abbremsen einer rotierenden Scheibe

Eine gleichmäßig dicke Scheibe mit einem Durchmesser von 4 m wiegt 600 kg. Sie dreht sich um eine Achse die den Mittelpunkt der Scheibe schneidet und senkrecht auf der Scheibe steht (siehe Skizze) mit 1200 U/min. Berechnen Sie den Wert eines konstanten Drehmoments, das nötig ist um die Scheibe in 2 min zum Stillstand zu bringen.



Hinweis: Die benötigte Komponente des Trägheitstensor der Scheibe ist gegeben durch $I = \frac{1}{2}mr^2$. Dabei bezeichnet m die Masse und r den Radius der Scheibe.

Übung 9.3: Perle auf Stab

Eine Perle gleite reibungsfrei und ohne äußere Kräfte auf einem Stab, der sich in der x - y -Ebene mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um den Ursprung dreht.

Stellen Sie die Bewegungsgleichung mit Hilfe der Lagrange-Gleichungen erster Art auf. Lösen Sie die Bewegungsgleichung. Führen Sie die Rechnungen in Zylinderkoordinaten durch. Wie lautet die Zwangskraft? Welche Bedeutung hat sie? Ist die Energie erhalten?